Elaborazione Numerica dei Segnali - A.A. 2017-18
prof. Pierangelo Migliorati

Laboratorio Matlab N.1

[Esercizio 1] SEGNALI E OPERAZIONI ELEMENTARI

I segnali a tempo discreto vengono normalmente visualizzati con il comando **stem**. Utilizzando tale comando:

(i) Generare e visualizzare il segnale $x_1[n] = A \cdot \delta[n]$, con A impostabile;

(ii) Generare e visualizzare il segnale $x_2[n] = B \cdot \epsilon[n]$, con B impostabile;

(iii) Generare e visualizzare il segnale $x_3[n] = C \cdot rect_N[n]$, con C e N impostabile;

(iv) Generare e visualizzare il segnale $x_4[n] = a^n \cdot \epsilon[n]$, con a impostabile ($|a| < 1$);

(v) Generare e visualizzare il segnale $x_5[n] = D \cdot sen(2\pi f_0 n)$, con D e f_0 impostabili. Che succede se f_0 è irrazionale?

(vi) Si sviluppi una funzione per traslare uno qualunque dei segnali appena costruiti di una quantità n_0. Provare a visualizzare $x_1[n-4]$;

(vii) Si sviluppi una funzione che ribalti il segnale attorno all'origine. Provare a visualizzare $x_3[-n]$;

(viii) Si generi la sequenza $x_6[n] = x_4[3-n]$ utilizzando le funzioni dei punti precedenti;

(ix) Si visualizzino le sequenze $x_{6D}[n]$, versione di $x_6[n]$ decimata di un fattore $D = 2$, e $x_{6I}[n]$, versione di $x_6[n]$ interpolata di un fattore $I = 3$.

[Esercizio 2] SEGNALI PERIODICI E CONVOLUZIONE

I seguenti due comandi generano un segnale x composto da p ripetizioni del segnale memorizzato nella colonna *col*:

```
x = col * ones(1,p);
x = x(:);
```

Usando questo sistema:

(i) Generare un'onda quadra periodica discreta, ripetendo in modo opportuno il segnale rettangolo $x_3[n]$ definito nell'esercizio precedente.

La convoluzione discreta viene eseguita dal comando **conv**. Usando i segnali definiti nell'esercizio precedente:

(ii) Effettuare e visualizzare la convoluzione tra due rettangoli r_1 e r_2 di ampiezza $A_1 = 4$ e $A_2 = 3$ e di durata $N_1 = 5$ e $N_2 = 3$ rispettivamente. Verificare cosa accade traslando uno dei segnali;

(iii) Effettuare e visualizzare la convoluzione tra un segnale esponenziale causale $x_4[n]$ con $a = 0.75$ e il rettangolo r_1.

ESERCIZI DI APPROFONDIMENTO

[**Esercizio 3**] SEGNALI AUDIO IN MATLAB - PRIMI PASSI

Scaricare e aprire alcuni segnali audio in vari formati (es. .wav, .mp3, scaricandoli per es. da *http://www.freesound.org/*). Per aprire un file audio in formato MP3 si possono utilizzare i file .m *mp3write and mp3read* e l'installazione (anche in cartella locale di lavoro) del software *mpg123*. Convolvere i segnali audio con semplici segnali elementari valutandone l'effetto percettivo.

[**Esercizio 4**] FILTRAGGIO DI IMMAGINI

Si considerino delle immagini campione (vedere per esempio `http://en.wikipedia.org/wiki/Standard_test_image`).

(i) Aprire le immagini con gli appositi comandi messi a disposizione da Matlab.

(ii) Considerare i 2 segnali (associabili rispettivamente a un filtro passa basso e ad un filtro passa alto) $h_0 = [1/4, 1/2, 1/4]$ e $h_1 = [1, 0, -1]$;

(iii) Usando il comando *conv* scrivere una funzione che esegua la convoluzione per righe delle immagini campione ed osservare i risultati per i 2 filtri.

(iv) Ripetere la medesima operazione sulle colonne.

(v) Scrivere una funzione che (chiamando le funzioni precedenti) filtri prima per righe e poi per colonne (e/o viceversa) l'immagine, realizzando un filtraggio dell'immagine cosiddetto "separabile". Eseguire ed osservare i risultati per i 2 filtri h_0 ed h_1.

[**Esercizio 5**] CONVOLUZIONE LINEARE

La convoluzione discreta lineare tra due sequenze di energia $x[n]$ e $y[n]$ è definita da:

$$z[n] = x[n] * y[n] = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} x[m] \cdot y[n-m]$$

(i) Effettuare la convoluzione lineare utilizzando la funzione di Matlab **conv** tra le seguenti coppie di sequenze:

i. $x[n] = rect_5[n-3]$ e $y[n] = rect_7[n+1]$;

ii. $x[n] = r[n] \cdot rect_6[n]$ e $y[n] = r[n] \cdot rect_9[n]$ (segnale rampa causale $r[n] = n \cdot \epsilon[n]$);

iii. $x[n] = \left(\frac{1}{4}\right)^n \cdot \epsilon[n]$ e $y[n] = \delta[n+1] + \delta[n-1]$;

(ii) Implementare una propria funzione **z=linconv(x,y)** che effettui la convoluzione lineare tra due sequenze a durata finita.

Suggerimenti per una possibile implementazione della convoluzione

- Utilizzare le matrici di Toeplitz per realizzare la traslazione del segnale. Il comando *toeplitz (c,r)* costruisce la matrice di Toeplitz con prima riga data dal vettore "r" e prima colonna data dal vettore "c". Osservare ad esempio cosa succede digitando il comando $Y = toeplitz([1, 2, 3, 4, 0, 0, 0], [1, 0, 0, 0])$.
- Quindi se convolviamo il segnale $x[n]$ di lunghezza N_x con il segnale $y[n]$ di lunghezza N_y, possiamo utilizzare la matrice di Toeplitz per far traslare il segnale y. In questo caso la colonna "c" avrà dimensione pari alla lunghezza del risultato di convoluzione (cioè $N_x + N_y - 1$) e conterrà il segnale y (attenzione!) seguito da $N_x - 1$ zeri, mentre la prima riga "r" avrà il primo campione non nullo di y (attenzione!) seguito da

$N_y - 1$ zeri. In questo modo la convoluzione di $x[n]$ e di $y[n]$ può essere effettuata (con le dovute attenzioni) moltiplicando la matrice di Toeplitz Y per il vettore x, cioè $z = Yx$.

[**Esercizio 6**] CONVOLUZIONE CIRCOLARE

La convoluzione circolare tra due sequenze periodiche di periodo M_x e M_y rispettivamente è definita da:

$$x[n] \circledast_M y[n] = \sum_{m=n_0}^{n_0+M-1} x[m] \cdot y[n-m]$$

dove $M = m.c.m.(M_x, M_y)$.

(i) Implementare una funzione **z=circconv(x,y)** che effettui la convoluzione circolare tra due sequenze periodiche;

(ii) Effettuare la convoluzione circolare tra le seguenti coppie di sequenze. Cosa si puó dire del periodo della sequenza d'uscita?

   i. $x[n] = [3\ 5\ 7]$ di periodo 3 e $y[n] = [1\ 2\ 1]$ di periodo 3;
   ii. $x[n] = [2\ 1]$ di periodo 2 e $y[n] = [1\ 2\ 3\ 4]$ di periodo 4 (viste a esercitazione);
   iii. $x[n]$=[2 5 4 0 3] di periodo 5 e $y[n] = [1\ 2\ 2\ 1\ 1\ 2\ 2]$ di periodo 7.
   iv. $x[n] = cos\left(\frac{2\pi n}{M}\right)$ e $y[n] = sen\left(\frac{2\pi n}{M}\right)$, M a scelta;

(iii) Si consideri un singolo periodo delle sequenze $x[n]$ e $y[n]$ del punto ii.C (in cui $M_x = 5$ e $M_y = 7$), ed operare la convoluzione circolare usando M campioni ($M \geq \max(M_x, M_y)$). Osservare che per $M \geq M_x + M_y - 1$ i risultati della convoluzione circolare e di quella lineare coincidono, mentre per $M < M_x + M_y - 1$ si verifica il fenomeno dell'aliasing nel dominio temporale.

Suggerimenti per una possibile implementazione della convoluzione circolare

- Ottenere il risultato di convoluzione circolare attraverso la relazione di time-aliasing con la convoluzione lineare. Scrivere cioè una funzione che realizza aliasing nei tempi $y = time - alias(x, M)$ in cui il parametro M specifica la distanza a cui si verifica l'aliasing. Il segnale in uscita $y[n]$ deve avere la stessa lunghezza del segnale in ingresso, ma deve essere periodico di periodo M.